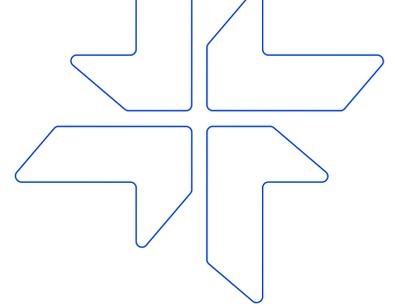


# Módulo Razonamiento Cuantitativo

## Saber Pro y Saber TyT



Marco de referencia para  
la evaluación, Icfes 2023

**Presidente de la República**

Gustavo Francisco Petro Urrego

**Ministra de Educación Nacional**

Aurora Vergara Figueroa

**Viceministro de Educación Superior**

Alejandro Álvarez Gallego

**Directora General**

Elizabeth Blandón Bermúdez

**Secretaria General (E)**

Lorena Catalina Ramírez Duque

**Directora Técnica de Evaluación (E)**

Julie Paola Caro Osorio

**Director Técnico de Producción y Operaciones**

Óscar Orlando Ortega Mantilla

**Director Técnico de Tecnología e Información (E)**

Carlos Alberto Durán

**Subdirector de Diseño de Instrumentos**

Rafael Eduardo Benjumea Hoyos

**Subdirector de Estadísticas**

Cristian Fabián Montaña Rincón

**Subdirectora de Análisis y Divulgación**

Julie Paola Caro Osorio

Publicación del Instituto Colombiano  
para la Evaluación de la Educación  
(Icfes)

© Icfes, 2023.

Todos los derechos de autor reservados.

Bogotá, D. C., octubre de 2023

**Autores**

Reinaldo José Bernal Velásquez

Oscar Felipe Bernal Pedraza

Carlos Eduardo Vasco ✉ (2022)

**Colaboradores Icfes**

Óscar Alejandro Chaparro Gutiérrez

David Mauricio Ruiz Ayala

Campo Elías Suárez Villagran

Betsy Yamil Vargas Romero

**Colaboradores externos**

Vivian Isabel Dumar Rodríguez

Mariam Pinto Heydler

Andrés Felipe Perico Valcárcel

**Lectores externos**

Bruno d'Amore

Martha Isabel Fandiño

**Edición**

Lizly Campo Marín

**Diseño y diagramación**

Linda Nathaly Sarmiento Olaya

**Fotografía portada**

Zar J. (2020). Pexels

**ISBN de la versión digital**

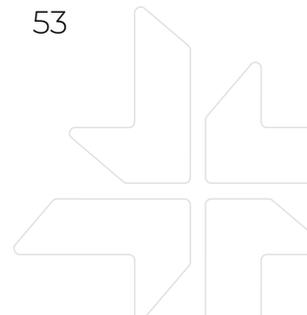
978-958-11-1097-1

**ADVERTENCIA**

Todo el contenido es propiedad exclusiva y reservada del Icfes y es el resultado de investigaciones y obras protegidas por la legislación nacional e internacional. No se autoriza su reproducción, utilización ni explotación a ningún tercero. Solo se autoriza su uso para fines exclusivamente académicos. Esta información no podrá ser alterada, modificada o enmendada.

## Contenido

Introducción .....	5
» <b>Capítulo 1</b>	
<b>Antecedentes</b> .....	8
1.1 Marco legal .....	9
1.1.1 Saber TyT .....	9
1.1.2 Saber Pro .....	10
1.2 Alcance de los exámenes Estado .....	11
1.3 Referentes teóricos de la prueba (dominio de la prueba) .....	12
1.4 Contextos nacional e internacional .....	18
1.4.1 TIMSS .....	19
1.4.2 PISA .....	20
1.4.3 AHELO .....	20
» <b>Capítulo 2</b>	
<b>Diseño de la prueba</b> .....	22
2.1 Metodología para el diseño de la evaluación .....	23
2.2 Definición del objeto de evaluación .....	25
2.2.1 Competencias genéricas .....	26
2.2.2 Evaluación del razonamiento cuantitativo .....	27
2.3 Especificaciones de la prueba .....	32
2.4 Características de la prueba .....	37
2.4.1 Temas o áreas (dominios) que cubre la prueba .....	37
2.4.2 De qué no se trata la prueba .....	40
2.4.3 Características de los contextos con los que se relacionan las preguntas .....	41
2.4.4 Distribución de los ítems y tipos de preguntas de la prueba .....	43
2.4.5 Una prueba de inclusión .....	44
2.5 Limitaciones de la prueba .....	45
Referencias bibliográficas .....	47
Bibliografía complementaria .....	53



## Figuras y tabla

Figura 1. <i>Pasos para el diseño de evaluación de acuerdo con el diseño centrado en evidencias</i> .....	24
Figura 2. <i>Competencias evaluadas</i> .....	32
Figura 3. <i>Evidencias de la primera competencia</i> .....	33
Figura 4. <i>Evidencias de la segunda competencia</i> .....	35
Figura 5. <i>Evidencias de la tercera competencia</i> .....	36
Tabla 1. <i>Contenidos y distribución</i> .....	38

## Introducción

En este marco de referencia, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes) presenta la prueba genérica de Razonamiento Cuantitativo, la cual es parte de los exámenes Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro. En esta segunda edición del marco se presentan algunos ajustes al documento publicado en 2015.

El objetivo de este documento es responder las preguntas ¿qué competencias se evalúan mediante la prueba Razonamiento Cuantitativo?, ¿por qué se han seleccionado estas competencias? y ¿cómo se evalúan estas competencias en la prueba?

Con la publicación de la Ley 1324 de 2009, y el Decreto 3963 del mismo año, se estableció que la presentación de los Exámenes de Estado de la Calidad de la Educación Superior es obligatoria para obtener el título académico de pregrado. Por tanto, esta prueba está dirigida a los estudiantes que han aprobado el 75 % de los créditos de sus respectivos programas de formación profesional universitaria y tecnológica.

El razonamiento cuantitativo, según la definición que ha adoptado el Icfes, es el conjunto de elementos de las matemáticas que permiten a un ciudadano tomar parte activa e informada en los contextos social, cultural, político, administrativo, económico, educativo y laboral. Ahora bien, por competencia se entiende un “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad o de cierto tipo de tareas en contextos relativamente nuevos y retadores” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49). Entonces, los módulos correspondientes a la prueba Razonamiento Cuantitativo se enfocan en la evaluación de tres competencias específicas que, como se describirá más adelante, recogen los diferentes procesos cognitivos que involucra el razonamiento cuantitativo: (a) interpretación y representación, (b) formulación y ejecución, y (c) argumentación.



Mediante las pruebas de Razonamiento Cuantitativo se responde simultáneamente a dos objetivos: evaluar los elementos genéricos de la competencia matemática que requieren todos los estudiantes que esperan ingresar en un programa de educación superior o incorporarse en la vida laboral, y posibilitar la medición del valor agregado de la educación superior frente a la educación media en lo que se refiere a la formación en razonamiento cuantitativo.

La visión del razonamiento cuantitativo, como base del desempeño del ciudadano en el contexto nacional, en combinación con los objetivos de medición de valor agregado y evaluación de competencias, hacen esencial que la prueba de Razonamiento Cuantitativo se dirija a los estudiantes que terminan su ciclo de educación media, a través del examen Saber 11.º, así como a todos aquellos que completan su ciclo de educación superior, a través de Saber TyT y de Saber Pro.

Para dar cuenta de los objetivos del marco de referencia, en el primer capítulo, denominado “Antecedentes”, se presentan los diferentes componentes del entorno que lleva a la necesidad de crear la prueba de Razonamiento Cuantitativo. Este capítulo tiene una primera sección que involucra las leyes que cobijan las pruebas y los exámenes a cargo del Icfes. En la segunda sección está la normativa conexas con estas pruebas. En la tercera sección hay un acercamiento conceptual al significado de razonamiento cuantitativo construido desde el análisis y contraste de publicaciones académicas. En la cuarta sección se mencionan los referentes nacionales e internacionales relacionados con la prueba de Razonamiento Cuantitativo.

El segundo capítulo, “Diseño de la prueba”, presenta la forma en la que el Instituto plasma su interpretación del significado de razonamiento cuantitativo. La primera sección se enfoca en continuar y concretar el desarrollo conceptual del razonamiento cuantitativo presentado en el capítulo anterior y, a partir de allí, avanza hacia un dominio de evaluación explícito del que se construye las especificaciones. En la segunda sección se muestra la estructura anterior y se ahonda en la relación jerárquica existente

y necesaria entre competencia y afirmación, afirmación y evidencia, competencia y evidencia. La tercera sección trata los temas que se incluyen en la prueba, las limitaciones o exclusiones que surgen de la estructura de la prueba y aquellas que provienen de las decisiones específicas del diseño, los contextos en los que se enmarcan las preguntas, sus distribuciones y proporciones en cada uno de los exámenes en los que se aplican y, finalmente, las limitaciones generales del diseño de las pruebas.



| Capítulo 1

# Antecedentes

En este capítulo se desarrollan los antecedentes de la prueba Razonamiento Cuantitativo. Así, se incluyen el marco legal de la evaluación, la normativa relacionada con el módulo y algunas referencias de pruebas internacionales similares. Por último, se plantean los referentes teóricos para establecer el dominio sobre el que se diseña el objeto evaluable.

## 1.1 Marco legal

Los exámenes de Estado que realiza el Icfes están sustentados en la Ley 1324 de 2009. Esta ley establece que el objeto del instituto es “ofrecer el servicio de evaluación de la educación en todos sus niveles y adelantar investigación sobre los factores que inciden en la calidad educativa, con la finalidad de ofrecer información para mejorar la calidad de la educación” (artículo 12.º). Para estos efectos, esta ley le asigna al Icfes la función de desarrollar la fundamentación teórica de los instrumentos de evaluación, así como las de diseñar, elaborar y aplicar estos instrumentos, de acuerdo con las orientaciones que defina el Ministerio de Educación Nacional (MEN) (*Ibid.*, numeral 2).

En este marco legal, el Icfes diseña, desarrolla, aplica, califica y entrega resultados de tres exámenes de Estado: Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro. Adicionalmente, el Icfes realiza un examen nacional por encargo del MEN para las pruebas de la educación básica: Saber 3.º, 5.º, 7.º y 9.º. Cada una de estas evaluaciones tiene su respaldo en distintas leyes, decretos y normativas. A continuación, una breve descripción de las normas asociadas con el módulo, objeto de este marco, a partir de lo dispuesto en la Ley 1324 de 2009.

### 1.1.1 Saber TyT

El examen Saber TyT se basa en la Resolución 455 de 2016, fundamentada en la Ley 1324 de 2009 (artículos 1.º, 7.º y 12.º), y el Decreto 3963 de 2009, modificado por el Decreto 4216 de 2009. Esta resolución señala lo siguiente: “El Icfes, con fundamento en lo dispuesto en esta y en otras

normas que la complementen, dirigirá y coordinará el diseño, la aplicación, la obtención y análisis de los resultados del Examen de Estado de Calidad de la Educación Superior, para lo cual podrá apoyarse en las comunidades académicas, profesionales y el sector productivo del orden nacional o internacional”. Esta resolución dicta las disposiciones que establecen la Escala de los Resultados del Examen de Estado de Calidad de la Educación Superior, y se aprueban módulos genéricos para las pruebas Saber TyT y el cambio de escala de dichas pruebas. Asimismo, en esta resolución se establece el calendario para la aplicación de los Exámenes de Estado de Calidad de la Educación Superior, dirigido a la población de técnicos y tecnólogos, las metodologías de cálculo para la obtención de resultados individuales y agregados y la línea de base para la calificación de las pruebas Saber TyT y Saber Pro. De igual manera, establece la metodología de cálculo para la obtención de resultados individuales, y determina también que “es conveniente tener todas las anteriores decisiones de la Junta Directiva en un único cuerpo normativo, razón por la cual se derogarán la Resoluciones 892 de 2015 y 126 de 2016, compilando todas las normas vigentes en la presente resolución”.

### 1.1.2 Saber Pro

La Ley 1324 de 2009 establece el Examen de Estado de Calidad de la Educación Superior, Saber Pro, como un instrumento estandarizado para la evaluación externa de la calidad de la educación superior (artículo 7.º). También conforma, junto con otros procesos y acciones, el Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación, de manera que es otro de los instrumentos de los que el Gobierno nacional “dispone para evaluar la calidad del servicio público educativo y ejercer su inspección y vigilancia” (Decreto 3963 de 2009, artículo 1.º). Según lo reglamentado por el citado decreto, el diseño definitivo de los nuevos exámenes Saber Pro tendrá una vigencia de, por lo menos, doce años (artículo 3.º), y una vez sea adoptado de manera definitiva, cada módulo de los exámenes será posible iniciar la generación de resultados comparables.

## 1.2 Alcance de los exámenes Estado

Vale la pena exponer las instancias que participan en los procesos de evaluación de la educación y de qué manera lo hacen. En primer lugar, las funciones que le competen al Icfes, al MEN y a otras entidades en la evaluación de la educación básica, media y superior se delimitan de la siguiente manera: el MEN define las políticas, los propósitos y los usos de las evaluaciones, así como los referentes de lo que se quiere evaluar, en consulta con los grupos de interés; y hace seguimiento a estrategias y planes de mejoramiento. A partir de los criterios definidos por el MEN, el Icfes diseña, construye y aplica las evaluaciones; analiza y divulga los resultados, e identifica aspectos críticos. Debido al desarrollo de estas funciones por parte del MEN y del Icfes, otras entidades –como las secretarías de educación, los establecimientos educativos y las instituciones de educación superior– formulan, implementan y coordinan planes de mejoramiento.

Por otro lado, se cuenta con asesoría académica y técnica como parte fundamental de las labores propias del desarrollo de las evaluaciones a cargo del Icfes. Teniendo en cuenta que los lineamientos para el diseño de los nuevos exámenes se definieron de acuerdo con la política de formación por competencias del MEN, estas evaluaciones se desarrollaron en todas sus etapas (diseño, construcción de instrumentos, validación, calificación) con la participación permanente de las comunidades académicas y de las redes y asociaciones de facultades y programas, tanto en lo que se refiere a la educación básica y media como a la superior. Desde 2014 se ha contado con la puesta en funcionamiento de los Comités Técnicos de Área, una instancia consultiva de la Dirección de Evaluación para monitorear y hacer seguimiento a las evaluaciones que realiza el Icfes. Esta instancia está conformada por consultores en las distintas áreas evaluadas en los exámenes Saber.



## 1.3 Referentes teóricos de la prueba (dominio de la prueba)

El razonamiento cuantitativo como objeto de estudio, interior al extenso concepto de *matemáticas*, pero con características específicas y diferenciadoras, es reciente. Crowther (1959) es reconocido como el primer autor en presentar un concepto teórico cercano al de razonamiento cuantitativo: alfabetización numérica. Lo hizo en un reporte presentado al gobierno del Reino Unido acerca del estado de la educación de los jóvenes entre los 15 y los 18 años de edad. En ese reporte, el autor discutía la necesidad de que la totalidad de la población desarrollara un conjunto de habilidades y conocimientos básicos que posibilitara la comunicación fluida entre profesionales de diferentes áreas (sin olvidar que las matemáticas tienen mayor presencia en ciertas profesiones).

Para Crowther, la alfabetización numérica resultaba indispensable para cualquier ciudadano y no solo para aquellos que se desempeñaran en ingeniería, ciencias exactas, o similares. Este autor concebía la alfabetización numérica como la combinación de dos componentes fundamentales: la comprensión del método científico y la capacidad para pensar cuantitativamente y de entender nociones de estadística elemental (Crowther, 1959).

En una línea similar a la de Crowther, en su tiempo y a través de un reporte a propósito de los conocimientos y habilidades matemáticas necesarios en la población del Reino Unido, el Comité de Apoyo a la Investigación en las Ciencias Matemáticas (COSRIMS, por sus siglas en inglés) señaló: primero, que a medida que las matemáticas tomaban cada vez mayor importancia en la sociedad, aumentaba la necesidad de que todos los ciudadanos tuvieran acceso a ella y desarrollaran un dominio básico. Segundo, que podía identificarse un conjunto de habilidades matemáticas esenciales para todo ciudadano, el cual incluía, entre otras cosas, entender la noción de fórmula, aplicar fórmulas simples, obtener información a partir de gráficas y comprender enunciados con probabilidades. Tercero, que existía la necesidad de hacer de la alfabetización matemática un propósito nacional (COSRIMS, 1968, pp. 5-6).

Desde los tiempos de Crowther, el uso de la expresión alfabetización numérica se generalizó rápidamente en el Reino Unido, aunque la noción fue reinterpretada con la misma rapidez. Cockcroft (1982) encontró, durante la elaboración de un nuevo reporte para el Gobierno británico, que, si bien profesores e instituciones empleaban con frecuencia el término alfabetización numérica, lo hacían con significados alejados del original. En su uso práctico, este término tan solo denotaba la capacidad para ejecutar operaciones aritméticas básicas. Por tanto, Cockcroft (1982) reelaboró la noción de alfabetización numérica buscando enriquecerla y acercarla a la idea original. Así, este autor definió la alfabetización numérica como la posesión de dos atributos: (a) la familiaridad con los números y la capacidad de hacer uso de las matemáticas de acuerdo con las necesidades de la vida cotidiana, y (b) la habilidad para interpretar información representada en términos matemáticos, como porcentajes, tablas y gráficas (Cockcroft, 1982).

La anterior definición, aunque no de manera explícita, confiere especial importancia a dos aspectos de la alfabetización numérica: el uso de las matemáticas como una vía de comunicación y la necesidad de mostrar que la alfabetización numérica va más allá de la capacidad computacional. El primero de estos aspectos recoge una idea de Crowther (1982): la alfabetización numérica establece puentes de comunicación entre profesionales de diferentes áreas. El segundo aspecto busca evitar que la interpretación de alfabetización numérica se reduzca a algunos algoritmos elementales y a la fluidez operacional, evitando con ello que esa reducción pretenda retomar un alcance tan amplio como el que en un primer momento enmarcaba el término. Ahora bien, la caracterización de Cockcroft (1982) en torno a la alfabetización numérica no ha estado exenta de críticas. Autores como Noss (1997) enfatizan en lo numérico y estadístico que descuida la geometría y algunos elementos centrales en las ciencias naturales; esto se debe, probablemente, a un enfoque excesivamente utilitarista.

En 1978, paralelo al trabajo referido de Cockcroft (1982), un equipo designado por la Asociación Estadounidense de Matemáticas (MAA, por sus siglas en inglés) recogió durante varios años información acerca de cuáles son,

en opinión de diferentes profesores e instituciones, los conocimientos y habilidades mínimos en matemáticas con que deben contar los estudiantes que se disponen a ingresar a la educación superior. Si bien el reporte se refiere a un sistema educativo específico, cabe mencionar algunos de los resultados que contiene, porque brindan una idea de cuáles son los contenidos básicos de matemáticas que debe garantizar la educación media:

- a. Números positivos no enteros en notación decimal y conversión de fracciones a decimales con calculadora.
- b. Aritmética con números enteros positivos y negativos usando lápiz y papel.
- c. Aritmética con fracciones positivas y negativas, usando lápiz y papel (no deben usarse denominadores de tres o más dígitos a menos que sean potencias de 10).
- d. Aritmética con decimales positivos y negativos usando calculadora
- e. Aproximaciones
- f. Estimación y órdenes de magnitud
- g. Notación científica
- h. Unidades de medida y elementos del sistema métrico
- i. Porcentajes
- j. Las nociones de fórmula y de función
- k. Intervalos de tiempo, distancias y tasas de cambio
- l. Área y volumen
- m. La noción de algoritmo y diagramas de flujo
- n. Estadística y sus peligros
- o. Validez de argumentos
- p. Interés compuesto
- q. Crecimiento y decrecimiento exponencial (Bushaw, Alexanderson, Bumcrot, Spanier y Peterson, 1982, p. 269).

Esta lista de contenidos es, sin duda, discutible (más aún en la actualidad), por la distinción explícita entre el uso de lápiz y papel en contraste con la calculadora, así como por el alcance del significado del uso de calculadora cuarenta años después. Sin embargo, allí se presenta un punto de partida para contrastar diferentes opiniones sobre el tema que han surgido desde entonces, algunas de los cuales serán presentadas en este marco para construir una interpretación sólida del razonamiento cuantitativo.

En la década de 1980 se publicó un libro relacionado con la alfabetización matemática –concepto similar al de alfabetización numérica– que tuvo un gran alcance en Estados Unidos: *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and Its Consequences* (Paulos, 1988), que fue traducido al español con el título *El hombre anumérico: analfabetismo matemático y sus consecuencias*. Este libro, además de divulgar aspectos de las matemáticas y señalar las limitaciones de la educación en el área, propone una distinción entre el analfabetismo como se entiende tradicionalmente (en referencia a lo lingüístico) y el analfabetismo numérico. Este último, considera Paulos (1988), sería tan limitante como el primero.

Entre la variedad de trabajos relacionados con la alfabetización numérica o cuantitativa que surgieron desde la década de 1980 hasta nuestros días, cabe resaltar el reporte de Sons (1996) a la MAA. En este documento se utiliza explícitamente el término razonamiento cuantitativo y el de alfabetización cuantitativa. Sons (1996) invita a las universidades de Estados Unidos a incluir la alfabetización cuantitativa como un objetivo central de la formación en educación superior, independientemente de las especificidades de los diferentes programas. Este autor sustenta sus recomendaciones al insistir en la importancia de la alfabetización cuantitativa en los procesos de estudio. Para ello, señala que hay un número creciente de oportunidades de trabajo en campos que requieren una base matemática sólida para un correcto desempeño. Resulta llamativo que ni el concepto de alfabetización cuantitativa ni el de razonamiento cuantitativo se definen explícitamente, aunque se proponen criterios claros y concretos que describen las competencias de quien esté alfabetizado en lo cuantitativo:

En síntesis, todo graduando universitario debería ser capaz de aplicar métodos matemáticos simples a la solución de problemas del mundo real. Un graduando universitario alfabetizado en lo cuantitativo debería ser capaz de:

1. interpretar modelos matemáticos, tales como fórmulas, gráficas, tablas y esquemas, así como hacer inferencias a partir de estos;
2. representar información matemática de forma simbólica, visual, numérica y verbal;
3. usar métodos aritméticos, algebraicos, geométricos y estadísticos para resolver problemas;
4. estimar y verificar soluciones a problemas matemáticos para determinar si son razonables, identificar alternativas y seleccionar resultados óptimos;
5. reconocer que los métodos matemáticos y estadísticos tienen limitaciones (Sons, 1996).

Madison (2006) retoma el concepto de razonamiento cuantitativo y contrasta el área del conocimiento correspondiente con las matemáticas. En su opinión, las matemáticas tienen poca relación con el contexto social en que se inscriben y resultan del ejercicio de un gran poder de abstracción, mientras que el razonamiento cuantitativo es dependiente de contextos concretos y cambiantes. Además, este autor considera que el trabajo en matemáticas se orienta al desarrollo de la disciplina, mientras que el razonamiento cuantitativo tiene un enfoque multidisciplinar. Sin embargo, la distinción entre matemáticas y razonamiento cuantitativo que presenta Madison no es compartida en su totalidad por otros autores. De hecho, Steen (2001) argumenta al respecto:

Algunas veces, los términos cuantitativo y matemático se usan de forma intercambiable, aunque con frecuencia se usan para señalar importantes distinciones, por ejemplo, entre lo que es necesario para la vida (cuantitativo) y lo que es necesario para la educación (matemáticas), o entre lo que es necesario para áreas generales del conocimiento escolar (cuantitativo) y lo que es necesario para la ingeniería y la física (matemáticas). Para algunos, la palabra cuantitativo suena muy limitante, pues sugiere números y cálculos antes que razonamiento y lógica, mientras que para otros el término es muy vago, ya que sugiere una disminución de énfasis en matemáticas tradicionales (p. 9).

En la misma línea de similitudes y diferencias entre lo referido con dichos términos, en la literatura se pueden encontrar varias nociones de razonamiento cuantitativo y de alfabetización cuantitativa, así como diversas opiniones sobre cómo estas se relacionan. Autores como Dingman y Madison (2010) señalan que estas nociones son intercambiables; para otros, como Rocconi, Lambert, McCormick y Sarraf (2013), si bien no son intercambiables, se relacionan estrechamente, ya que para ellos el desarrollo del razonamiento cuantitativo es lo que lleva a que una persona esté alfabetizada en lo cuantitativo.

En Colombia, la alfabetización cuantitativa ha sido presentada por el MEN (2011) como competencia en la propuesta de lineamientos para la formación en educación superior. La existencia de esta propuesta, así como la necesidad de presentar el razonamiento cuantitativo como un concepto más amplio dentro del cual se pueden cobijar varias competencias, es parte de los motivos por los que el Icfes utiliza el término *razonamiento* y no *alfabetización*.

Estos referentes teóricos, diversos y tan ricos en similitudes como en diferencias, sirven, simultáneamente, de base conceptual para la construcción de la interpretación de razonamiento cuantitativo y de espacio de decisión para adaptar el concepto a las necesidades y limitaciones propias del diseño y la construcción de pruebas, como se verá más adelante.



## 1.4 Contextos nacional e internacional

En el segundo semestre del año 2011 el Icfes aplicó por primera vez en Colombia una prueba oficial denominada Razonamiento Cuantitativo. Sin embargo, el razonamiento cuantitativo como área del conocimiento ha sido evaluado a través de las pruebas de matemáticas de los exámenes de Estado (hoy Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro) desde sus inicios. En efecto, en la educación básica, los contenidos en matemáticas son de razonamiento cuantitativo; en la educación media también son la mayoría (MEN, 2006; Icfes, 2013a; Icfes, 2013b), y, en la educación superior, este es el contenido que se evalúa en las pruebas dirigidas a los estudiantes de la totalidad de programas.

En el campo internacional existen múltiples exámenes que incluyen pruebas de razonamiento cuantitativo, dirigidos a diferentes tipos de población (por ejemplo, estudiantes de secundaria, graduados, posgraduados, profesionales en disciplinas específicas). Entre estos, cabe mencionar los siguientes:

- » El QR (Quantitative Reasoning Test, o Examen de Razonamiento Cuantitativo).
- » El UKCAT (UK Clinical Aptitude Test, o Examen de Aptitud Clínica del Reino Unido).
- » El VETASSESS Test (Examen VETASSESS).
- » El GRE (Graduate Record Examinations, o Examen de Registro para Graduados).
- » El GMAT (Graduate Management Admissions Test, o Examen de Admisión para Graduados en Gestión de Empresas).
- » El SAT, anteriormente llamado Scholastic Aptitude Test (Examen de Aptitudes Escolares).

Todos estos evalúan lo que el Icfes ha definido como razonamiento cuantitativo, aunque no coinciden por completo en la delimitación del

objeto de evaluación. Esto se debe, por ejemplo, a que algunos exámenes indagan por conocimientos y habilidades que solo son necesarios para el ejercicio profesional en áreas específicas. Entre ellos, el SAT, el GRE y el GMAT pueden ser presentados en el país por estudiantes colombianos.

Desde la coordinación del Icfes, Colombia ha participado en tres programas de evaluación internacional que incluyen de alguna forma el razonamiento cuantitativo: TIMSS, PISA y AHELO. En seguida se hará una breve descripción de estos exámenes con énfasis en lo que se refiere al razonamiento cuantitativo, insumos que sirven para la definición del razonamiento cuantitativo en la presente prueba.

### 1.4.1 TIMSS

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés) es una evaluación que se aplica en ciclos cuatrienales a estudiantes de grados cuarto y octavo. TIMSS tiene como propósito mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas y en ciencias.

TIMSS, a diferencia de los exámenes Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro, no proporciona resultados en forma individual. Esta prueba, por el contrario, recolecta información que brinda un panorama general del desempeño de la población de estudiantes en ciencias y matemáticas (como también lo hacen los exámenes Saber). Gracias a que este examen se aplica en numerosos países, ello permite comparar el desempeño de Colombia frente a esos países.

En cuanto al razonamiento cuantitativo, aunque TIMSS no incluye ninguna prueba explícitamente identificada con ese nombre, el marco teórico de la aplicación de 2015 (Grønmo y Onstad, 2013) muestra similitudes con lo que se evalúa. Como se presentará más adelante, la prueba de matemáticas de TIMSS tiene contenidos que coinciden de cerca con los de las pruebas del Icfes. En 2015, las y los estudiantes de cuarto grado presentaron una prueba



denominada TIMSS Numeracy, similar a la prueba de matemáticas de TIMSS, pero con operaciones y argumentos de menor complejidad (Mullis, 2013).

Colombia participó en TIMSS en 2003, 2007 y 2011. A partir de los resultados en estas pruebas se obtuvo información del desarrollo de los estudiantes a lo largo del proceso educativo. Así, se pudo efectuar la trazabilidad de este proceso, debido a que los estudiantes que participaron en la aplicación en el grupo de grado octavo fueron, en su mayoría, los mismos que habían participado en la aplicación anterior en el grupo de grado cuarto, es decir, en 2007 y 2003 respectivamente. Los indicadores obtenidos muestran el valor agregado de la educación recibida, una idea concreta de valor agregado similar a la que se tiene como objetivo de medición en la prueba de Razonamiento Cuantitativo.

## 1.4.2 PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) está liderado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Se trata de un estudio internacional comparativo de la calidad de la educación, que se aplica en ciclos trianuales a estudiantes de 15 años de edad. El programa PISA comenzó en el 2000, y Colombia participa desde 2006 junto con los países miembros de la OCDE. Al igual que TIMSS, en PISA se recogen datos a escalas nacionales (aunque en el caso de PISA también entre algunas ciudades), y no a escala individual. Una de las pruebas del examen de PISA es la de alfabetización matemática. En el marco teórico de la aplicación de esta prueba en 2015, esta se define así:

La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo de formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Les facilita a los individuos comprender el rol que las matemáticas tienen en el mundo y producir los juicios bien fundados y las decisiones que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos requieren (OCDE, 2013b).

### 1.4.3 AHELO

AHELO es la sigla en inglés para la Evaluación de los Resultados de Aprendizaje en Educación Superior. Esta evaluación forma parte, como PISA, del conjunto de pruebas creadas bajo el amparo de la OCDE para evaluar la educación en sus países miembros y algunos invitados. Colombia participó por primera vez en una prueba piloto en 2012 en pruebas de competencias genéricas e ingeniería. Dado que fue la primera aplicación de un estudio de factibilidad, esta prueba fue tomada como piloto también en los demás países participantes.

En el marco para la evaluación de competencias genéricas de AHELO, Nusche (2008) explica que se evalúan conocimientos y habilidades que se consideraran indispensables en la educación superior. El razonamiento cuantitativo forma parte de dichas habilidades, en el conjunto referenciado como habilidades cognitivas.



| Capítulo 2

# Diseño de la prueba

En este capítulo se analiza el amplio panorama de razonamiento cuantitativo, que se mostró en las secciones finales del capítulo anterior, para concretar las líneas guía de la evaluación a realizar. De esa forma, del razonamiento cuantitativo como concepto general, se pasará a un constructo más cercano al ámbito de lo medible, con lo que se abrirá paso a la definición de las afirmaciones y evidencias que serán base para el diseño de los módulos de prueba.

## 2.1 Metodología para el diseño de la evaluación

Para garantizar que una prueba evalúe lo que efectivamente se quiere evaluar, se usa el diseño centrado en evidencias (Icfes, 2018). De acuerdo con esta metodología, se puede inferir, a partir de la recolección de una serie de evidencias, si un evaluado posee o no los conocimientos y habilidades o destrezas definidos en el dominio de una prueba. En esa medida, la metodología plantea que, para diseñar evaluaciones, se debe tener en cuenta tres premisas: (a) una evaluación debe estar diseñada a partir de un dominio y debe buscar comprender cómo los conocimientos, habilidades y destrezas se adquieren y se usan; (b) las inferencias que se hacen de lo que los evaluados saben, pueden hacer o deben hacer, están basadas en las evidencias recogidas por medio de la evaluación, y (c) el propósito de la evaluación debe ser lo que motive la toma de decisiones en cuanto a su diseño, teniendo en cuenta los recursos disponibles, las limitaciones y los posibles usos que se hagan de la prueba.

Para garantizar que una prueba evalúe con validez y confiabilidad, este diseño propone una serie de pasos que permiten desagregar y generar un puente entre lo que se quiere evaluar (los conocimientos, habilidades o destrezas) y las tareas o pruebas que debería desarrollar un evaluado para dar cuenta de ello. El primer paso es determinar aquello específico de un área de conocimiento (o de un conjunto de habilidades y destrezas) que se espera que los evaluados sean capaces de saber-hacer. A esto se le conoce como **afirmación**, la cual, muchas veces es extraída de los estándares de educación. El segundo paso consiste en determinar aquello que debería

mostrar un evaluado que permita inferir que posee la afirmación hecha. En otras palabras, se trata de la formulación de aspectos observables en los evaluados que permitan obtener información del nivel de adquisición de las afirmaciones planteadas. Este segundo paso se conoce como **evidencias**, las cuales permiten articular aquello que debería saber un evaluado con las tareas específicas que se le pide ejecutar. El último paso corresponde, precisamente, a las **tareas**. Estas son una serie de situaciones concretas que se les plantean a los evaluados y que permite dar cuenta de aquello necesario para observar las evidencias planteadas. En síntesis, las tareas son la presentación material y el trabajo específico que debería ejecutar un evaluado para obtener una evidencia de aquello que debería saber-hacer (la afirmación) y, así, poder estimar el nivel de adquisición de una serie de conocimientos, habilidades o destrezas. En la figura 1 se presenta la forma en la que se desagregan y estructuran estos pasos propuestos por el diseño centrado en evidencias, denominado también especificaciones de prueba.

**Figura 1.** Pasos para el diseño de evaluación de acuerdo con el diseño centrado en evidencias



## 2.2 Definición del objeto de evaluación

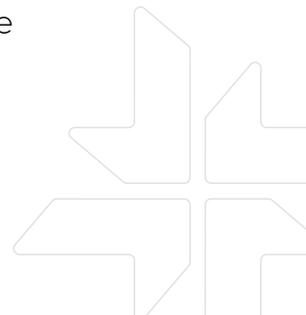
A partir de los antecedentes presentados en el capítulo 1, se hallan numerosos insumos desde los que se desprende la necesidad de considerar el razonamiento cuantitativo como una parte fundamental del aprendizaje para la vida. A su vez, podemos considerar también la necesidad de evaluar la calidad de su aprendizaje en diferentes etapas del proceso de formación de los estudiantes.

Como se mencionó en la introducción, acá se entiende el razonamiento cuantitativo como el conjunto de elementos de las matemáticas, sean estos conocimientos o competencias, que permiten a un ciudadano tomar parte activa e informada en los contextos social, cultural, político, administrativo, económico, educativo y laboral. Esta interpretación, amplia en su situación actual, requiere aclaraciones y delimitaciones, tanto para el alcance de la prueba de Razonamiento Cuantitativo como para la interpretación de esta como dominio de evaluación.

Para empezar con estas aclaraciones y delimitaciones, es importante conocer los argumentos para el uso de la denominación razonamiento cuantitativo, ya que en los referentes teóricos es evidente que hay diversos nombres para referirse al mismo concepto o a conceptos muy cercanos. Existen dos razones centrales para el uso de este nombre.

La primera razón es resaltar el énfasis que tienen estas pruebas en la capacidad para razonar, analizar y argumentar, como procesos activos y no como contenidos pasivos. Esta consideración coincide con lo planteado por Rocconi, Lambert, McCormick y Sarraf (2013) al señalar el razonamiento cuantitativo como el camino hacia una adecuada alfabetización cuantitativa.

La segunda razón es distinguir entre lo que compete a la prueba de Razonamiento Cuantitativo y lo que corresponde a la competencia de alfabetización cuantitativa que se incluye en la Propuesta de lineamientos para la formación por competencias en educación superior (MEN, 2011). Si bien estos dos elementos tienen estrecha relación, deben entenderse



en forma separada, teniendo en cuenta la presencia del razonamiento cuantitativo en Saber 11.º. En efecto, el uso de un término propio para la prueba permite enfatizar la distinción señalada, algo que resulta necesario, porque si bien las pruebas abarcan esa competencia, incluyen otras adicionales.

En el Icfes se ha concebido el razonamiento cuantitativo de manera que no se limite a la aritmética básica, pero tampoco exceda lo necesario para el adecuado desempeño de todo ciudadano en situaciones cotidianas, sea cual fuere su profesión u oficio. La evaluación del razonamiento cuantitativo, propia de los exámenes Saber, indaga por el nivel de desarrollo de las competencias que involucra, a través de preguntas que se presentan en los contextos mencionados.

A partir de esta definición, es importante considerar la estrecha relación que tiene el razonamiento cuantitativo con los contextos reales y el adecuado desempeño en ambientes laborales y ciudadanos. En este sentido, el razonamiento cuantitativo es un ejemplo muy claro de lo que el Icfes considera como una competencia genérica, por lo que se clasifica de esa forma. Es pertinente, entonces, entender qué es una competencia genérica y la importancia de que el razonamiento cuantitativo sea considerado una de ellas.

### ***2.2.1 Competencias genéricas***

Denominadas en diferentes contextos y países como competencias “básicas”, comunes, esenciales, laborales, transferibles, transdisciplinares, las competencias genéricas comprenden un rango amplio de combinaciones del saber y del hacer relacionado con un mejor desempeño laboral y profesional. Para autores como como Kallionen (2010), estas competencias se componen de conocimientos, habilidades y actitudes que puede desarrollar un individuo para desempeñarse eficientemente en ámbitos profesionales.

Las competencias genéricas, entendidas desde el ámbito profesional, son transversales a distintos ámbitos sociales; en esa medida, son relevantes no

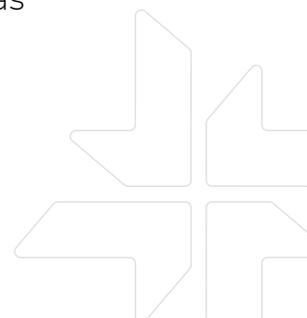
solo para la vida profesional-académica, sino también para el desarrollo de las sociedades. Desde este punto de vista, las competencias genéricas “se traducen en una participación exitosa en el mercado laboral, en procesos políticos, y en contextos sociales; en relaciones interpersonales armónicas y una satisfacción general con la vida propia” (Kallionen, 2010). Como sostiene Hirsh (1987), las competencias genéricas son importantes porque una población que conoce la tradición histórica de su nación y posee una cierta preparación en ciencia y tecnología tiene más probabilidades de participar inteligentemente en tradiciones democráticas.

Algunas de las características de las competencias genéricas giran en torno a que propician un desarrollo cognitivo enfocado en el pensamiento crítico, analítico y reflexivo. En esa medida, permiten el desarrollo, cumplimiento y resolución de diferentes problemas y situaciones en variados contextos. Si bien parecieran apuntar solo a aspectos cognitivos y conceptuales, también abarcan dimensiones perceptivas, normativas, cooperativas, entre otras.

Finalmente, las competencias genéricas se desarrollan a lo largo de todo el proceso educativo, desde la educación básica (o incluso preescolar) hasta la educación superior. Además, las competencias son transversales y, aunque se desarrollan a partir de contextos específicos, tienen un carácter transferible: no se restringen a un área particular de la formación académica o ejercicio laboral y pueden utilizarse en situaciones diversas.

### ***2.2.2 Evaluación del razonamiento cuantitativo***

Retomando la estrecha relación entre lo que se espera como razonamiento cuantitativo y el contexto en el que se produce, enfatizado en la interpretación del Icfes en competencias genéricas y la clasificación del razonamiento cuantitativo como una de ellas, es necesario establecer una forma en la que se pueda evaluar esta competencia. La evaluación del razonamiento cuantitativo ha sido objeto de estudio y discusión, como lo ha mostrado Shavelson (2008) desde diferentes perspectivas y teorías del aprendizaje. Sin embargo, existen entendimientos comunes a todas las



perspectivas de la evaluación del razonamiento cuantitativo que se pueden ver representados en un reporte de la Cooperativa Nacional de Educación Postsecundaria de Estados Unidos (NPEC, por sus siglas en inglés):

Para propósitos de evaluación, si se desea medir habilidades cuantitativas, se debe procurar un instrumento que se enfoque en la manipulación de símbolos matemáticos de acuerdo con reglas (por ejemplo, un examen de álgebra y/o cálculo que se diseñe con un nivel suficiente de sofisticación). En contraste, los instrumentos para el razonamiento cuantitativo se desarrollan siguiendo el precepto de medir habilidades de solución de problemas o pensamiento crítico (NPEC, 2005, p. 27).

Tomar la resolución de problemas como centro de la evaluación del razonamiento cuantitativo y sus conceptos afines no solo es recomendado por el NPEC, sino que también es parte de la evolución de los exámenes internacionales en los que participa Colombia, como, por ejemplo, los cambios de PISA 2012 a PISA 2015.

En el marco de PISA 2012 (OCDE, 2013a) se presenta la solución de problemas como una competencia central que involucra particularmente los siguientes procesos cognitivos:

- » exploración y comprensión;
- » representación y formulación;
- » planeación y ejecución;
- » monitoreo y reflexión (p. 126).

En el marco de PISA 2015 para matemáticas (OCDE, 2013b), que indica una focalización de la prueba en la alfabetización matemática, se presentan los siguientes procesos como el objeto de evaluación:

- » formular situaciones matemáticamente;
- » emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemáticos;
- » interpretar, aplicar y evaluar resultados obtenidos con matemáticas (p. 9).

Las similitudes entre la solución de problemas vista en PISA 2012 y la alfabetización cuantitativa de PISA 2015 son evidentes, puesto que en este referente internacional también se considera la solución de problemas como el camino a seguir en la evaluación de la alfabetización cuantitativa y sus conceptos asociados, como es el razonamiento cuantitativo en el caso del Icfes. En este sentido, la presencia del bloque denominado monitoreo y reflexión de PISA (2012), en relación con el proceso de interpretar, aplicar y evaluar resultados obtenidos con matemáticas de PISA (2015), es evidencia de la relevancia que tiene que ir más allá de solo dar una solución. Ese componente, posterior a la solución entendida en forma tradicional, es central a la noción del razonamiento y se verá reflejado en el diseño de la prueba de Razonamiento Cuantitativo.

El modelo de cuatro bloques con el que se presentó la solución de problemas en PISA 2012 corresponde, de forma bastante fiel, a uno de los modelos de solución de problemas más conocidos en el estudio de la solución de problemas en matemáticas, el modelo de Polya (1957). En este modelo, las cuatro fases son: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan, visión retrospectiva (p. 28). Tal vez, la mayor diferencia entre el modelo de Polya y el de PISA 2012 está en la representación, que PISA 2012 presenta como parte de su segundo bloque y que en el modelo de Polya está parcialmente presente en la primera fase como en la segunda, dependiendo de si dicha representación es una reinterpretación de los datos o parte de la formulación de un plan de solución.

Si bien hay numerosos modelos más recientes en solución de problemas, se destacan los de Mason, Burton y Stacey (1982), Schoenfeld (1985), Wilson *et al.*, (1993), Yimer y Ellerton (2010) y Rott, Specht y Knipping (2021), todos son comparables a la estructura de cuatro pasos de Polya (1957)



como lo muestran Rott, Specht y Knipping (2021, p. 739). Así, en el Icfes estos modelos se consideran como base para establecer la estructura competencia-afirmación-evidencia del diseño centrado en evidencias (DCE). Además, siguiendo el modelo de Mason, Burton y Stacey (1982), los pasos segundo y tercero de Polya se agrupan en una gran competencia, por lo que se adquiere una organización que asemeja el orden de etapa preliminar, obtención de soluciones y revisión de resultados. Así, la combinación de estos referentes teóricos en solución de problemas y la alineación conceptual de la prueba con sus similares en el contexto internacional, lleva a la designación de tres competencias específicas con una afirmación para cada una de ellas:

- » Interpretación y representación
- » Formulación y ejecución
- » Argumentación

La competencia en interpretación y representación corresponde con un aceptable nivel de fidelidad a la comprensión del problema de Polya. Sin embargo, la comprensión como acción se queda corta en el alcance del manejo de la información, por lo que se adopta, desde lo expuesto para PISA 2012 (OCDE, 2013a) la importancia de la representación, entendida aquí como transformación, dada la presencia de información y la búsqueda de representaciones alternativas. De esta manera, se obtiene la afirmación correspondiente a esta competencia: comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos. Esta afirmación toma como base la existencia de información en la situación problema, información que debe ser interiorizada como preparación para los otros pasos de solución del problema, así como también debe ser expuesta en forma adecuada para que otros puedan resolver el problema. Cabe indicar que no incluye la comprensión del problema como un todo, ya que esto se evalúa a partir de la formulación de planes de acción, parte de la siguiente competencia.

La formulación y ejecución, segunda competencia de las tres designadas para la prueba de Razonamiento Cuantitativo, tienen también una afirmación asociada, que es la siguiente: frente a un problema que involucre información cuantitativa, *plantea e implementa* estrategias que lleven a soluciones adecuadas. Esta afirmación, con sus verbos centrales, plantea e implementa, agrupa los dos pasos intermedios en la estructura de solución de problemas de Polya (1957), concepción de un plan y ejecución del plan, un poco menos unificado respecto a cómo lo presentan Mason, Burton y Stacey (1982) y, en una forma menos compacta, cercano a lo planteado por Rott, Specht y Knipping (2021) en su modelo de solución de problemas.

Finalmente, la competencia de argumentación tiene también una afirmación como descriptivo de lo que implica el desempeño del evaluado en las preguntas correspondientes: valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas. Esta afirmación, que tiene el valor de revisión y análisis de la visión retrospectiva de Polya (1957) y sus etapas análogas en otros modelos, incluye, al hablar de procedimientos y estrategias, desde la visión local del procedimiento como herramienta para completar, un paso hasta la visión metaanalítica de la estrategia general de solución, dando de esta forma la oportunidad de hacer de la argumentación una forma de diagnóstico y sustentación a lo realizado en un problema con diferentes niveles de especificidad. La competencia de argumentación tiene, además, el valor adicional de ser una revisión de lo que puede haber sucedido en cada una de las competencias anteriores, en forma muy similar a lo planteado para PISA 2015 (OCDE, 2013b) cuando se habla de “interpretar, aplicar y evaluar resultados obtenidos con matemáticas” (p. 9). De acuerdo con el diseño centrado en evidencias, el dominio de evaluación está compuesto por tres competencias, como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Competencias evaluadas

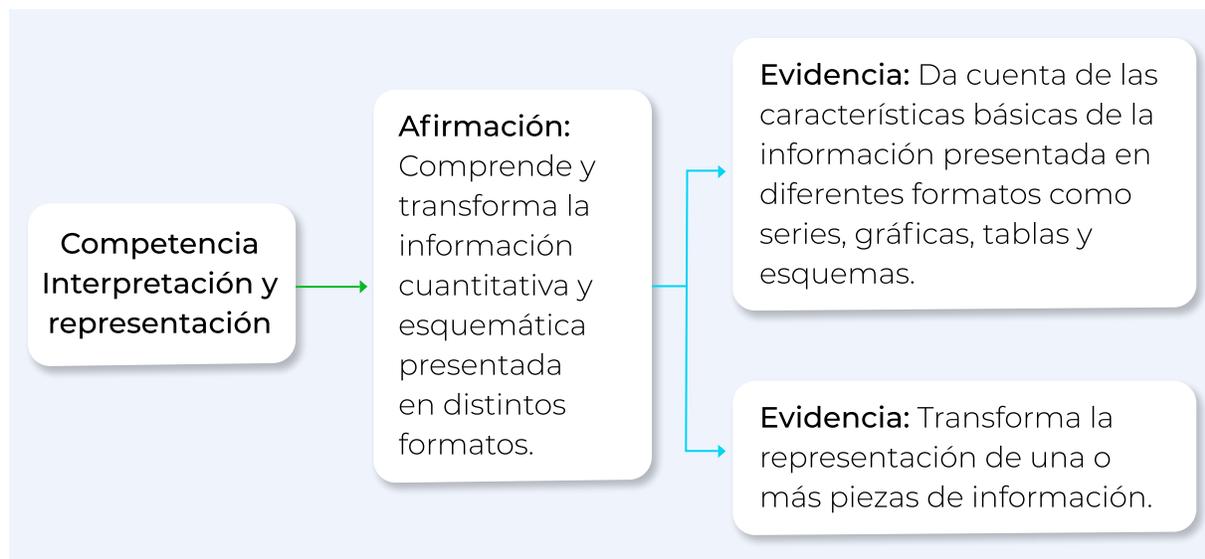


## 2.3 Especificaciones de la prueba

Como se mencionó en la sección 2.2, la estructura de las competencias, cada una con su respectiva afirmación, ha sido derivada tanto de los referentes teóricos de razonamiento cuantitativo y conceptos afines, como de modelos teóricos de solución de problemas y de los exámenes internacionales que evalúan el razonamiento cuantitativo y sus afines. Al momento de completar la estructura de especificaciones con las evidencias, esenciales en el diseño centrado en evidencias, esta fuerte influencia continuará dando soporte a las decisiones que se presentarán.

La competencia Interpretación y representación, con su afirmación “comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos”, requiere, por su naturaleza dual, de dos evidencias que respondan a las dos acciones que se requieren en referencia a la información: la interiorización, demostrada por medio de la exhibición de características y datos específicos, contrastada con la exposición de la misma información atendiendo necesidades adicionales, demostrado con representaciones alternativas de la información como un todo o subconjuntos de ella. De esta forma, como se muestra en la figura 3, aparecen orgánicamente a la competencia y su afirmación, dos evidencias, “da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas”, para referirse a la adquisición de la información, y “transforma la representación de una o más piezas de información” corresponde a la modificación de la estructura expositiva de la información. Así, las dos evidencias recogen las piezas necesarias para poder hacer la respectiva afirmación al desempeño de los estudiantes en esta competencia.

**Figura 3.** Evidencias de la primera competencia

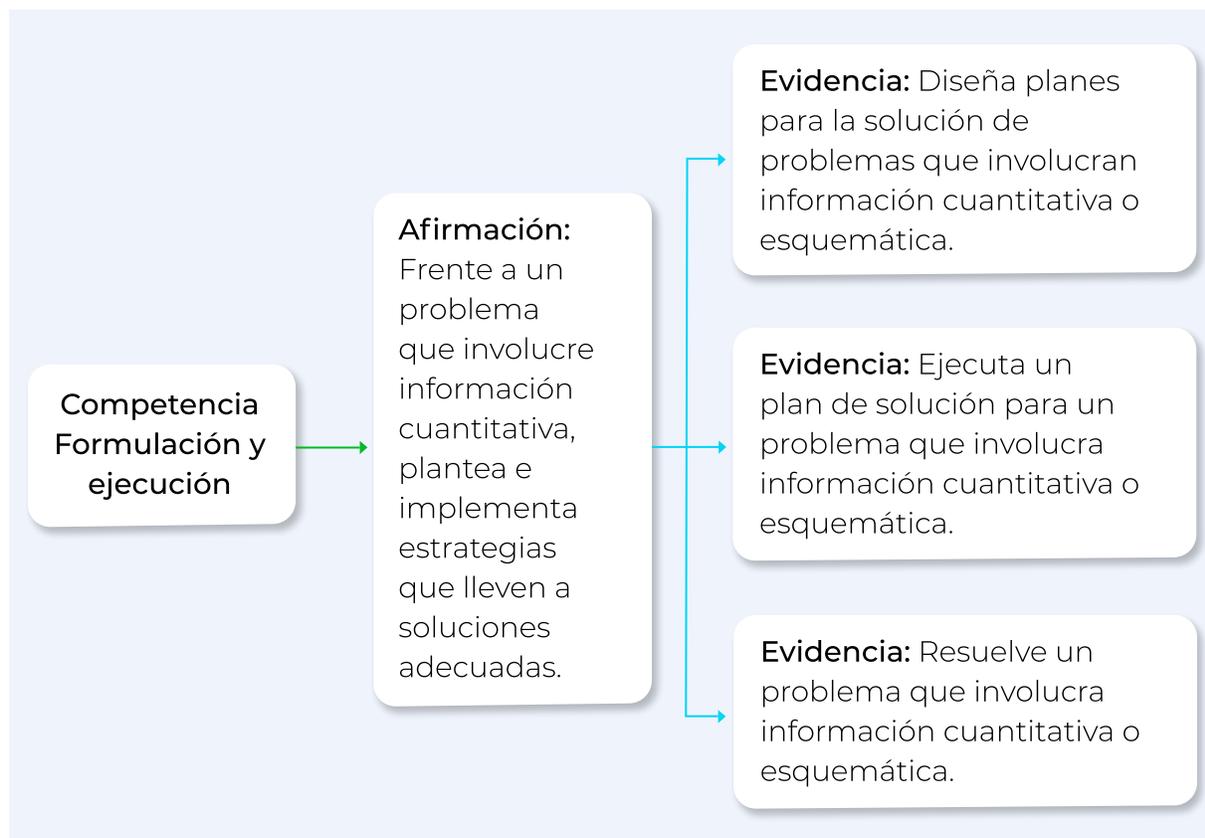


Es importante resaltar que las evidencias designadas para la competencia de interpretación y representación son cercanas, incluso podría decirse que muy cercanas a lo expuesto por Sons (1996), al referirse a “interpretar modelos matemáticos tales como fórmulas, gráficas, tablas y esquemas, así como hacer inferencias a partir de estos” y “representar información matemática de forma simbólica, visual, numérica y verbal”.

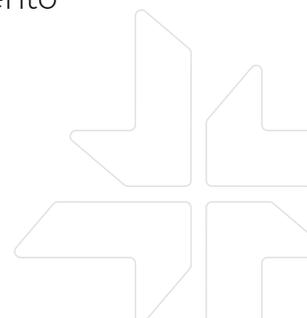
Pasando a la competencia de Formulación y ejecución, con su afirmación asociada “frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas”; tanto la afirmación como la competencia implican una doble acción, en este caso, formular o plantear en conjunción con ejecutar o implementar. Sin embargo, los diferentes referentes teóricos hacen necesario incluir aquí tres evidencias, para recoger los procesos de formulación y ejecución por separado, como lo propone Polya (1957), y también el proceso combinado de formular y ejecutar, como lo proponen Mason, Burton y Stacey (1982). Con ello se da la conceptualización de formular un plan y ejecutarlo como dos procesos separados, pero a la vez fuertemente correlacionados, en línea con la propuesta de Rott, Specht y Knipping (2021).

Las tres evidencias, como se muestra en la figura 4, son una relacionada con la generación de planes de solución, que consiste en “diseñar planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática”; otra para la ejecución de planes de acción ya definidos, “ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática”, y una tercera que combine el diseño del plan y su aplicación, “resuelve un problema que involucra información cuantitativa o esquemática”.

Figura 4. Evidencias de la segunda competencia

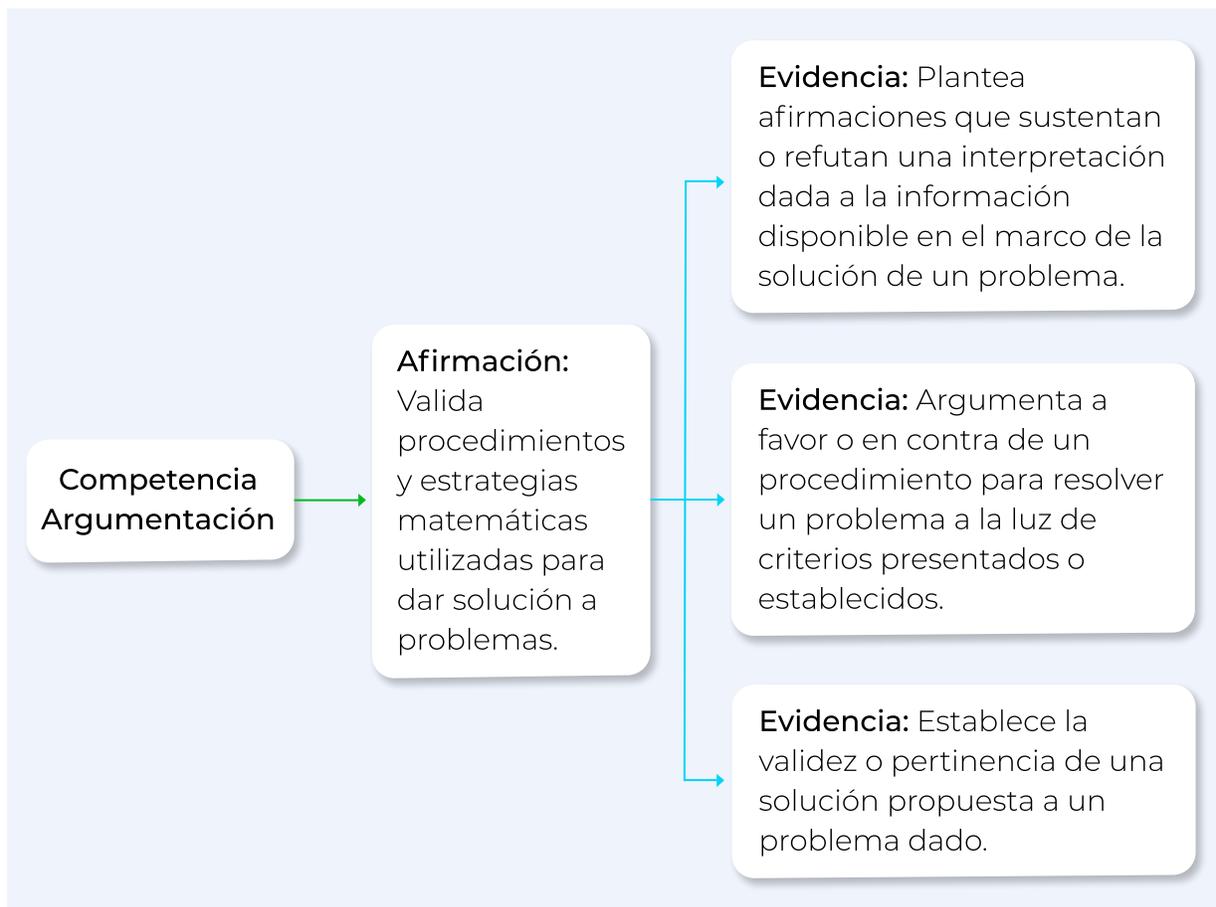


Por su parte, la tercera competencia, Argumentación, corresponde a los procesos de revisión y reflexión incluidos en los diferentes referentes teóricos de solución de problemas y en la documentación de pruebas internacionales como PISA 2012 y PISA 2015, y su afirmación es “valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas”, que relaciona las evidencias con los otros tres pasos del modelo de Polya (1957): una evidencia que cubre la reflexión de la comprensión entendida como interpretación de información, “plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada a la información disponible en el marco de la solución de un problema”, una evidencia para la formulación de planes y procesos, “argumenta a favor o en contra de un procedimiento



para resolver un problema a la luz de criterios presentados o establecidos”, y una evidencia que reflexiona y evalúa los resultados obtenidos al completar la solución del problema, “establece la validez o pertinencia de una solución propuesta a un problema dado”.

**Figura 5.** *Evidencias de la tercera competencia*



En el caso de la argumentación, se da una similitud inusual entre la afirmación y una de las evidencias, aunque es importante resaltar la diferencia y de esa forma cómo cada evidencia entra a ser parte de lo afirmado. En la afirmación, al hacer referencia a los “procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas” se

incluye, implícitamente, la estrategia más amplia de todas, que es el modelo de solución de problemas. Por tanto, al hablar en la segunda evidencia de “un procedimiento para resolver un problema” solo hay una parte incluida. La estrategia amplia, sin embargo, incluye los tres grandes pasos previos a la reflexión, de forma que las tres evidencias, al corresponder con esos pasos, se incluyen en la afirmación y componen adecuadamente la información para poder afirmar lo buscado.

## 2.4 Características de la prueba

A continuación, se explican algunas características de la prueba relacionadas con los temas que cubre –y lo que no cubre– y algunas particularidades de los contextos con los que se relacionan las preguntas. Luego se presenta la distribución de los ítems y los tipos de preguntas que se realizan en el marco de la prueba. Por último, se explican algunas de las limitaciones de la evaluación en una prueba estandarizada como esta.

### 2.4.1 Temas o áreas (dominios) que cubre la prueba

El conocimiento de determinados conceptos, desarrollar ciertas habilidades, técnicas y poseer determinada información son necesarios para contar con determinada competencia. En esa medida, la evaluación de una competencia siempre involucra determinados conocimientos e información de ciertos tipos. En el caso de la prueba de Razonamiento Cuantitativo, los conocimientos y tipos de información que involucran las competencias mencionadas se denominan “contenidos”. Los contenidos propios del razonamiento cuantitativo se han clasificado en tres grandes categorías: (1) estadística, (2) geometría y (3) álgebra y cálculo.

En estadística se incluyen los contenidos necesarios para la representación e interpretación de datos en contexto, el análisis de tendencias, la formulación de inferencias a partir de datos muestrales y la evaluación de argumentos, mediante el uso de medidas de tendencia central y dispersión.



También, en el conjunto denominado estadística, se incluyen los principios básicos de conteo para el cálculo de probabilidades y el análisis de eventos aleatorios.

En geometría se incluyen los contenidos que se utilizan para abordar cuestiones de formas, tamaños, posiciones y, en general, para la comprensión del espacio. Además, se consideran relaciones entre objetos geométricos, teoremas clásicos de sus medidas, áreas y transformaciones, y su representación en sistemas de coordenadas.

En álgebra y cálculo se incluyen los contenidos y las herramientas necesarias para comprender, representar, operar y argumentar acerca de la variación, los sistemas numéricos y las funciones, y sus propiedades y relaciones. Esquemáticamente, los contenidos están distribuidos de la siguiente forma:

**Tabla 1.** *Contenidos y distribución*

Contenidos	Distribución
Estadística	Tipos de representación de datos (tablas y gráficas).
	Intersección, unión y contención de conjuntos.
	Conteos que utilizan principios de suma y multiplicación.
	Azar y probabilidad.
	Promedio, rango estadístico.
	Población/muestra, nociones de inferencia muestral, error de estimación.

Contenidos	Distribución
Geometría	Triángulos, círculos, paralelogramos, esferas, paralelepípedos rectos, cilindros, y sus medidas.
	Relaciones de paralelismo y ortogonalidad entre rectas.
	Desigualdad triangular.
	Sistema de coordenadas cartesianas.
Álgebra y cálculo	Fracciones, razones, números con decimales, porcentajes.
	Uso de las propiedades básicas de las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, división y potenciación (incluida la notación científica).
	Relaciones lineales y afines.
	Razones de cambio (tasas de interés, tasas cambiarias, velocidad, aceleración).

Estos contenidos son un subconjunto de los que se espera estén en el conocimiento y dominio de aquellas personas que terminan su ciclo escolar de básica y media, así como de un evaluado en Saber 11.º. Es importante en este punto resaltar que los conocimientos son los mismos para las aplicaciones de los exámenes Saber TyT y Saber Pro. Es decir, no hay modificación en el alcance de los contenidos, en consonancia con la condición de competencia genérica que hace que el razonamiento cuantitativo sea independiente del camino de quien accede a la Educación Superior. Sin embargo, debe tomarse en cuenta que, aunque los contenidos evaluados no se modifican entre Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro, los contextos en los que se evalúan sí cambian en enfoque y alcance, para adecuarlos al nivel de formación en el que estén los evaluados en cada caso.



## 2.4.2 De qué no se trata la prueba

La observación del razonamiento cuantitativo a través del marco conceptual de la resolución de problemas –en especial con el modelo clásico de Polya (1957) como referencia base y tomando en cuenta las similitudes y equivalencias de este con otros modelos– permite establecer la etapa del proceso de resolución a la que corresponde cada acción de la persona evaluada. Sin embargo, debido al tipo de prueba y a las limitaciones del formato, es posible evidenciar el desempeño en esos pasos del evaluado, pero no su capacidad para transitar entre pasos. En otras palabras, la prueba de Razonamiento Cuantitativo propuesta por el Icfes permite observar la capacidad del evaluado para completar las acciones relativas a los pasos del proceso de resolución de problemas, pero su alcance no permite observar el proceso como un todo coordinado. Esto, sin embargo, coincide con la necesidad de recolectar evidencia sobre el desempeño de los estudiantes en razonamiento cuantitativo, no en resolución de problemas.

En ese mismo sentido, la prueba de Razonamiento Cuantitativo no es ni pretende ser una prueba de conocimiento matemático. Es innegable que hay una base de conocimiento que se espera de un evaluado, empezando por las operaciones básicas y pasando por todo lo mencionado en la correspondiente sección de este documento, pero ello no quiere decir que se busque evaluar la amplitud del conocimiento de resultados y procedimientos matemáticos de quien presenta la prueba. Debido a la naturaleza genérica del Razonamiento Cuantitativo, ya expuesta en este documento, así como su presencia en los exámenes de Saber 11.º y en todas las disciplinas de Saber TyT y Saber Pro, una prueba de conocimiento vería sus resultados ampliamente distorsionados por el camino del evaluado en Educación Superior y, con ello, perdería su capacidad de formar parte de mediciones tan importantes en educación como la evaluación de valor agregado. Así, los conocimientos matemáticos que abarca están delimitados y corresponden a lo que el Icfes denomina como lo esperable para el desempeño adecuado en situaciones comunes, tanto de la vida diaria del ciudadano como de los entornos escolar y laboral.

La delimitación en los contenidos común a los módulos de Razonamiento Cuantitativo en los diferentes exámenes permite, entonces, al comparar resultados globales en Saber 11.º con los correspondientes resultados globales en Saber TyT y Saber Pro, entender el impacto que la formación en Educación Superior tiene en las competencias de la población que por ella discurre. Así, en el razonamiento cuantitativo se obtiene una medición del valor agregado de la Educación Superior sobre el desarrollo en competencias que se adquiere al atravesar niveles más altos en el sistema educativo.

### *2.4.3 Características de los contextos con los que se relacionan las preguntas*

La prueba de Razonamiento Cuantitativo no puede presentarse en preguntas abstractas de manipulación simbólica, como lo enfatiza NPEC (2005, p. 27). La prueba está ligada a la existencia de situaciones que hacen parte de la vida real de los evaluados. Es por esto por lo que los contextos buscan la cercanía con esa vida real, aunque limita la extensión de la información y también de los textos; presenta los datos relevantes en forma concisa sin que ello implique solo listarlos áridamente. Los contextos que se utilizan en la prueba de Razonamiento Cuantitativo se clasifican en tres grandes categorías:

- » **Familiar o personal.** Las problemáticas relacionadas incluyen categorías como finanzas personales, gestión del hogar, transporte, salud y recreación.
- » **Laboral u ocupacional.** Involucra tareas que se desarrollan en el trabajo, siempre y cuando no exijan habilidades o conocimientos técnicos propios de una ocupación específica.
- » **Comunitario o social.** Involucra cuestiones como la política, la economía, la convivencia y el cuidado del medio ambiente.



Sin embargo, los contextos en cada examen se seleccionan tomando en cuenta particularidades que obedecen a la visión del Razonamiento Cuantitativo como una prueba genérica, que debe presentar situaciones que sean plausibles para la mayoría de los evaluados y no tener gran abstracción que los alejen de la realidad o especificidad que los haga particulares a una ocupación u oficio.

En la prueba aplicada en Saber 11.º, los contextos son principalmente de la vida ciudadana diaria de estudiantes en la franja de edad regular para este examen, así como de vivencias propias de vida escolar. Situaciones como finanzas personales básicas, visitas a la tienda o supermercado, la compra de alimentos preparados, desplazamientos entre lugares comunes en la vida de los evaluados, eventos sociales y deportivos, entre otros, se suman a otras situaciones como el análisis de resultados académicos en el nivel escolar, elecciones de representantes de estudiantes, actividades en clases y demás. Los contextos no están totalmente restringidos a los aquí descritos, pero estos son una ejemplificación de lo esperable al momento de presentar la prueba.

Por su parte, los exámenes Saber TyT y Saber Pro tienen una composición de contextos en la que las situaciones de vida diaria se mantienen y complementan con algunas propias de la independencia personal, de la política o de la visión y gestión económica de comunidades. Cabe indicar que las situaciones de vida escolar se ven reducidas y, en su mayoría, reemplazadas por algunas de vida laboral como empleado o independiente. Así, hay una mayor presencia de contextos relacionados con facturación de servicios públicos, elecciones locales y nacionales, costos de transporte, inversión de recursos y rentabilidad, decisiones administrativas en el marco de la conducción de una empresa, diseño de productos, entre otras.

Al momento de presentar este marco, en busca de darle una representatividad adecuada a cada pregunta dentro de cada aplicación y de permitir que la comprensión adecuada de cada pregunta tenga el mismo impacto en los resultados, se favoreció el uso de preguntas independientes, con lo cual se suprimieron las preguntas de bloque contextual que caracterizaron los módulos de Razonamiento Cuantitativo

en sus inicios. Esto quiere decir que, en este momento, no es usual encontrar en las aplicaciones de la prueba bloques de información que correspondan a dos o más preguntas, sino que cada pregunta contiene su información propia y es independiente de las demás preguntas que encontrarán los evaluados.

#### ***2.4.4 Distribución de los ítems y tipos de preguntas de la prueba***

Las pruebas de Razonamiento Cuantitativo en Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro comparten un interés común de acuerdo con los objetivos de la alineación de esos exámenes. Una distinción entre estos tres tipos de pruebas de cada examen, además de particularidades como la cantidad de preguntas, radica en la especificidad de contexto que se presenta, ya que al momento de preparar cada aplicación se buscará elegir contextos que sean cercanos a la población y la naturaleza propia de cada etapa de la educación, como las particularidades del razonamiento cuantitativo de cada examen, la cantidad de preguntas, que se indican en detalle a continuación.

##### **» Saber 11.º**

Razonamiento Cuantitativo de Saber 11.º es una subprueba de la prueba de Matemáticas. Esto implica que las preguntas que conforman la subprueba de Razonamiento Cuantitativo también forman parte, como un subconjunto, de las preguntas de la prueba de Matemáticas. Así, de las 50 preguntas que compone la prueba de Matemáticas, 30 son simultáneamente parte de la subprueba de Razonamiento Cuantitativo; las otras 20 preguntas son la distinción entre las dos pruebas.

Las preguntas de Razonamiento Cuantitativo se distribuyen en las tres competencias con los siguientes porcentajes aproximados: Interpretación y representación, 34 %; Formulación y ejecución, 43 %; Argumentación, 23 %.



### » Saber TyT

En los exámenes de Saber TyT, la prueba de Razonamiento Cuantitativo es independiente de otras. Al ser competencia genérica, la prueba de Razonamiento Cuantitativo se aplica a todos los evaluados, con una distribución de preguntas similar en todos los casos, que asemeja a la distribución aproximada de las preguntas en Saber 11.º: Interpretación y representación, 40 %; Formulación y ejecución, 40 %; Argumentación, 20 %.

### » Saber Pro

Razonamiento Cuantitativo es una prueba en sí misma, como en Saber TyT, por lo cual sus preguntas no son compartidas con ninguna otra prueba; por tanto, con independencia de la calificación. En cuanto a la distribución por competencias, los porcentajes aproximados de dicha distribución son: Interpretación y representación, 33 %; Formulación y ejecución, 33 %; Argumentación, 34 %. La diferencia con Saber TyT y con Saber 11.º se fundamenta en la naturaleza analítica esperada de los programas profesionales, en los que la reflexión y adaptación es esencial para el buen desempeño del graduado.

## 2.4.5 Una prueba de inclusión

En los últimos años, el Icfes ha realizado avances en el marco del Proyecto de Inclusión con el objetivo de “desarrollar pruebas que tengan en cuenta a todas las poblaciones y que eliminen todas las barreras de acceso posibles sin afectar el dominio evaluado” (Icfes, 2020). Este objetivo plantea que los exámenes que aplica el Icfes sean inclusivos, es decir, exámenes con ajustes razonables que “respondan a la exigencia de una educación inclusiva que procure que cada una de las personas evaluadas goce de la autonomía necesaria aun en su condición específica” (Icfes, 2022).

En este sentido, se ha incorporado el diseño universal de la evaluación (DUE) al diseño y construcción de los instrumentos de evaluación para

mejorar la accesibilidad de los evaluados a la prueba, manteniendo el dominio de evaluación definido con la estructura del Diseño Centrado en Evidencias. La incorporación de este diseño se realiza a través de la aplicación de siete principios, algunos de los cuales impactan la construcción de los instrumentos de evaluación:

- » Evaluación inclusiva de la población
- » Constructo definido con precisión
- » Ítems no sesgados (Icfes, 2021)
- » Susceptibilidad a las acomodaciones
- » Instrucciones y procedimientos sencillos, claros e intuitivos
- » Máxima lecturabilidad y comprensibilidad
- » Máxima legibilidad

Desde esta perspectiva, para el caso de la prueba de Razonamiento Cuantitativo en Saber 11.º, Saber TyT y Saber Pro, los ajustes razonables que surgen de la aplicación de los principios planteados en el diseño universal de la evaluación se ponen de manifiesto a través de la incorporación de prácticas y lineamientos de construcción adicionales para los ítems elaborados. Estos ajustes buscan eliminar la carga cognitiva adicional a la evaluada, de acuerdo con las especificaciones de prueba, para facilitar la comprensión de la situación planteada y la información presentada en términos matemáticos.

## 2.5 Limitaciones de la prueba

Por el formato de examen utilizado al momento de escribir este marco, la prueba de Razonamiento Cuantitativo tiene limitaciones evidentes en lo referente a la observación de procesos creativos u originales. Las preguntas de selección múltiple con única respuesta solo le permiten al estudiante opciones preconcebidas, por lo que los evaluados deben elegir entre las opciones disponibles y el proceso creativo se trunca. Esto hace que la prueba no sea una medida de la creatividad de un evaluado o de su capacidad para acciones como el denominado “pensamiento lateral”.



Por su diseño, centrado en la solución de problemas, el resultado de la prueba tiene una distorsión mínima relacionada con un componente intuitivo que permite acortar o, directamente, eludir procedimientos formales para llegar a la solución de los problemas. Esa intuición, deseable en algunas áreas de desempeño y desdeñable en otras, es indistinguible para la prueba en el resultado de cada pregunta, aunque su efecto se minimiza por la variedad de las preguntas y su distribución antes descrita. Por tanto, al no ser separable de los aciertos obtenidos por procedimientos formales, genera una distorsión leve que no se puede destacar, como sería ideal en algunos casos, ni remover como podría ser esperable en otros.

La prueba, por la forma en la que se aplica, no permite evaluar la combinación de la capacidad de razonamiento del evaluado con el uso de herramientas tecnológicas. El manejo de números grandes o difíciles de operar es reducido debido al requerimiento de cálculos realizados sin ayudas tecnológicas, en la misma forma en la que el razonamiento cuantitativo de datos presentados en tablas grandes o de tipo dinámico no se incorpora por la misma causa. Esto puede limitar el alcance de la prueba como apoyo en la selección de estudiantes de educación superior o de candidatos a posiciones laborales, en cuanto las herramientas tecnológicas son parte integral del desempeño diario.

Otra limitación conocida, ya mencionada, es la imposibilidad de rastrear la capacidad de un evaluado para transitar los pasos o etapas del proceso de solución de problemas, porque restringe la prueba al Razonamiento Cuantitativo que pone en práctica el evaluado en cada uno de esos pasos. Esta limitación permite afirmar que la prueba es efectivamente de Razonamiento Cuantitativo y no de solución de problemas, lo cual implica que se pierde una posible observación más global de la capacidad del evaluado.

## Referencias bibliográficas

Bushaw, D. W., Alexanderson, G. L., Bumcrot, R. J., Spanier, E. H. y Peterson, J. J. (1982). Minimal mathematical competencies for college graduates [Competencias matemáticas mínimas para egresados universitarios]. *The American Mathematical Monthly*, 89(4), 266-272. DOI: [http:// dx.doi.org/10.2307/2320231](http://dx.doi.org/10.2307/2320231)

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts* [Las matemáticas cuentan]. Londres, Inglaterra: Her Majesty's Stationery Office. Recuperado de <http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/cockcroft1982.html>

Comité de Apoyo a la Investigación en las Ciencias Matemáticas (COSRIMS). (1968). *The mathematical sciences: A report* [Las ciencias matemáticas: un reporte]. Washington, D. C., Estados Unidos: The National Academies Press. Recuperado de [http://www.nap.edu/openbook.php?record\\_id=9549](http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=9549)

Cooperativa Nacional de Educación Postsecundaria (NPEC). (2005). *NPEC sourcebook on assessment: Definitions and assessment methods for communication, leadership, information literacy, quantitative reasoning and quantitative skills* [Libro de consulta sobre evaluación de la NPEC: definiciones y métodos para la evaluación de la comunicación, el liderazgo, la alfabetización en manejo de información, el razonamiento cuantitativo y las destrezas cuantitativas]. Washington, D. C., Estados Unidos: NPEC. Recuperado de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED494762.pdf>

Crowther, G. (1959). *15 to 18: A report of the Central Advisory Council for Education* (England) (vol. 1) [15 a 18: un reporte del Central Advisory Council for Education]. Londres, Inglaterra: Her Majesty's Stationery Office. Recuperado de <http://www.educationengland.org.uk/documents/crowther/crowther1959-1.html>



Decreto 2343 de 1980: por el cual se reglamentan los exámenes de estado para el ingreso a la educación superior. Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (1980). 18 de septiembre de 1980. Diario Oficial N.º 35.603. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Decreto 3963 de 2009: por el cual se reglamenta el Examen de Estado de Calidad de la Educación Superior. Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2009). 14 de octubre de 2009. Diario Oficial N.º 47.502. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Decreto 869 de 2010: por el cual se reglamenta el Examen de Estado de Educación Media, Icfes-SABER 11º. Ministerio de Educación Nacional (MEN). 18 de marzo de 2010. Diario Oficial N.º 47.655. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Dingman, S. W. y Madison, B. L. (2010). Quantitative reasoning in the contemporary world, 1: The course and its challenges [El razonamiento cuantitativo en el mundo contemporáneo, 1: el curso y sus desafíos]. *Numeracy: Advancing Education in Quantitative Literacy*, 3(2), 1-16. DOI: <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.3.2.4>

Grønmo, L. S. y Onstad, T. (2013). *Preface* [Prefacio]. En L. S. Grønmo y T. Onstad (Eds.), *The significance of TIMSS and TIMSS Advanced: Mathematics Education in Norway, Slovenia and Sweden* [La importancia de TIMSS y de TIMSS Advanced: educación de las matemáticas en Noruega, Eslovenia y Suecia]. Oslo, Noruega: Akademika Publishing.

Hirsch, E. D., Jr. (1987). *Cultural literacy: what every american needs to know*. Boston (MA), Estados Unidos: Houghton Mifflin.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes). (2013a). *De los ECAES a las pruebas Saber Pro*. Documento de trabajo, no publicado, de la Dirección de Evaluación del Icfes, Bogotá, D. C.

\_\_\_\_\_ (2013b). *Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación: alineación del examen SABER 11.º*. Bogotá, D. C.: Icfes. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/index.php/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/novedades/651-alineacion-examensaber-11/file?force-download=1>

\_\_\_\_\_ (2020). *Referentes teóricos del Proyecto de Inclusión de la evaluación estandarizada*.

\_\_\_\_\_ (2021). *Lineamientos para la revisión de sesgo de contenido en las preguntas de pruebas estandarizadas*. Documento de trabajo interno. Bogotá: Icfes.

Kallioinen, O. (2010). Defining and Comparing Generic Competences in Higher Education. *European Educational Research Journal*, 9(1), 56–68. <https://doi.org/10.2304/eej.2010.9.1.56>

Ley 30 de 1992: por la cual se organiza el servicio público de la educación superior. Congreso de la República de Colombia. (1992). 29 de diciembre de 1992, Diario Oficial N.º 40.700. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Ley 115 de 1994: por la cual se expide la Ley General de Educación. Congreso de la República de Colombia. (1994). 8 de febrero de 1994, Diario Oficial N.º 41.214. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Ley 715 de 2001: por la cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias de conformidad con los artículos 151, 288, 356 y 357 (Acto Legislativo 01 de 2001) de la Constitución Política y se dictan otras disposiciones para organizar la presentación de los servicios de educación y salud, entre otros. Congreso de la República de Colombia. (2001). 21 de diciembre de 2001. Diario Oficial N.º 44.654. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.



Ley 1324 de 2009: por la cual se fijan los parámetros y criterios para organizar el sistema de evaluación de resultados de la calidad de la educación, se dictan normas para el fomento de una cultura de la evaluación, en procura de facilitar la inspección y vigilancia del Estado y se transforma el Icfes. Congreso de la República de Colombia. (2009). 13 de julio de 2009. Diario Oficial N.º 47.409. Bogotá, D. C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Madison, B. (2006). *Assessment and QL: Double trouble* [Evaluación y QL: un inconveniente doble]. Presentación en la conferencia NECQL X, Amherst College.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Pearson.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1999). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá, D. C.: MEN. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

\_\_\_\_\_ (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá, D. C.: MEN. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

\_\_\_\_\_ (2011). *Propuesta de lineamientos para la formación por competencias en educación superior*. Bogotá, D. C.: MEN. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-261332\\_archivo\\_pdf\\_lineamientos.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-261332_archivo_pdf_lineamientos.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (MEN) & Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes). (2022). *Inclusión y equidad en el proceso de evaluación de la calidad de la educación: nota técnica*.

Mullis, I. V. S. (2013). *Introduction* [Introducción]. En I. V. S. Mullis y M. O. Martin (Eds.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks* [Marcos de referencia para la evaluación, TIMSS 2015]. Chestnut Hill (MA), Estados Unidos: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Noss, R. (1997). *New cultures, new numeracies* [Nuevas culturas, nuevas alfabetizaciones numéricas]. Londres, Inglaterra: Institute of Education, University of London.

Nusche, D. (2008). Assessment of learning outcomes in higher education: A comparative review of selected practices [Evaluación de los resultados del aprendizaje en la educación superior: una revisión comparativa de prácticas seleccionadas]. *OECD Education Working Papers* (15). París, Francia: Publicaciones de la OCDE. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/244257272573>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2012). *Challenges in basic mathematics education* [Desafíos para la educación de las matemáticas básicas]. París, Francia: UNESCO. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776e.pdf>

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2013a). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy* [Marco de referencia analítico y marco de referencia para la evaluación, PISA 2012: Matemáticas, Lectura, Ciencias, Solución de problemas y Alfabetización financiera]. Publicaciones de la OCDE. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>

\_\_\_\_\_ (2013b). *PISA 2015 Draft Mathematics framework* [PISA 2015 Marco de referencia de Matemáticas, borrador]. París, Francia: Publicaciones de la OCDE. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>

Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical illiteracy and its consequences* [El hombre anumérico: analfabetismo matemático y sus consecuencias]. Nueva York (NY), Estados Unidos: Hill and Wang.

Polya, G. (1957). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas.



- Rocconi, L. M., Lambert, A. D., McCormick, A. C. y Sarraf, S. A. (2013). Making college count: An examination of quantitative reasoning activities in higher education [Esfuerzos para que la universidad cuente: análisis de las actividades de razonamiento cuantitativo en la educación superior]. *Numeracy: Advancing Education in Quantitative Literacy*, 6(2), 1-20. DOI: <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.6.2.10>
- Rott, B., Specht, B. y Knipping, C. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 53, 737-752.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Shavelson, R. (2008). *Reflections on Quantitative Reasoning: An Assessment Perspective*. En Madison, B. L. y Steen, L. A. (Eds.), *Calculation Vs. Context, Quantitative Literacy and Its Implications for Teacher Education*. Mathematical Association of America.
- Sons, L. R. (1996). *Quantitative reasoning for college graduates: A complement to the Standards* [Razonamiento cuantitativo para egresados universitarios: un complemento para los Estándares]. MAA Report (vol. 1). Recuperado de <https://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/quantitative-literacy/quantitative-reasoning-college-graduates>
- Steen, L. A. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy* [Matemáticas y democracia: el caso a favor de la alfabetización cuantitativa]. National Council on Education and the Disciplines. Recuperado de <http://www.maa.org/sites/default/files/pdf/QL/MathAndDemocracy.pdf>
- Torrado, M. C. (2000). *Educación para el desarrollo de las competencias: una propuesta para la educación colombiana*. En D. Bogoya et al. (Eds.). *Competencias y proyecto pedagógico* (pp. 31-54). Bogotá, D. C.: Universidad Nacional de Colombia.

Wilson, P.S., Fernandez, M., & Hadaway, N. (1993). *Mathematical problem solving*.

Yimer, A. y Ellerton, N. F. (2010). A five-phase model for mathematical problem solving: Identifying synergies in pre-service-teachers' metacognitive and cognitive actions. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 42, 245–261.

## Bibliografía complementaria

Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (CENEVAL). (2013). *Guía del Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior (EXANI-II)* (19.a ed.). México, D. F., México: CENEVAL. Recuperado de [http://archivos.ceneval.edu.mx/archivos\\_portal/15308/GuiadelEXANI-II2014.pdf](http://archivos.ceneval.edu.mx/archivos_portal/15308/GuiadelEXANI-II2014.pdf)

Jablonka, E. (2003). *Mathematical Literacy* [Alfabetización matemática]. En A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* [Segundo manual internacional sobre la educación de las matemáticas] (vol. 10, pp. 75-102). Springer.





Módulo **Razonamiento Cuantitativo**  
**Saber Pro y Saber TyT**

